

ПРИЛОЖЕНИЕ № 5. АНАЛИЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ПОЗИЦИЙ НАДЕЖНОСТИ

Основные показатели эффективности элемента, комплекса, СУ с позиций надежности:

1. Вероятность безотказной работы элемента, комплекса, СУ т. е. $P_n(t)$ – вероятность того, что элемент, комплекс, система СРР в условиях возможных выходов из строя их технических элементов будут безотказно решать возложенные на них задачи с требуемым качеством в течение времени t .

Очевидно, что эта вероятность будет определяться надежностью входящих в нее элементов; принципами организации и управления системой; особенностями эксплуатации технических средств.

Вероятность $P_n(t)$ часто называют «законом надежности». Ее можно определить как

$$P_n(t) = P_n(0, t) = P(T > t) = 1 - F(t),$$

где T – случайное время работы объекта до отказа; $F(t)$ – функция распределения случайной величины t .

Статистически эту вероятность можно определить так:

$$P_n(t) = \frac{N(t)}{N(0)} = 1 - \frac{n(t)}{N(0)},$$

где $N(t)$, $N(0)$ – число работающих объектов в момент t и $t = 0$; $n(t)$ – число объектов, вышедших из строя в момент t .

2. Вероятность отказа СУ – вероятность того, что объект выйдет из строя в течение времени t .

Очевидно

$$q_n(t) = 1 - P_n(t) = P(T < t) = F(t)$$

или

$$q_n(t) = \frac{n(t)}{N(0)}.$$

3. Вероятность безотказной работы в интервале времени t , $t+t_0$.

$$P_n(t, t+t_0) = \frac{P(0, t+t_0)}{P(0)} = \frac{P(t+t_0)}{P(t)}$$

или

$$P_n(t, t+t_0) = \frac{N(t+t_0)}{N(t)}.$$

Вероятность отказа объекта в интервале $t, t+t_0$ можно определить как

$$q_n(t, t+t_0) = 1 - \frac{P(t+t_0)}{P(t)}.$$

или

$$q_n(t, t+t_0) = 1 - \frac{N(t+t_0)}{N(t)}.$$

4. Плотность распределения вероятности отказов объекта

$$f_n(t) = \frac{dF_n(t)}{dt} = \frac{dq_n(t)}{d(t)} = -\frac{dP_n(t)}{dt}$$

или

$$f_n(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n(t, t + \Delta t)}{N(t)\Delta t},$$

где $\Delta n(t, t + \Delta t)$ – число объектов, отказавших в интервале $t, t + \Delta t$.

5. Интенсивность отказов, определяемая в виде:

$$\lambda(t) = \frac{f_n(t)}{P_n(t)}$$

или

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n(t, t + \Delta t)}{N(t)\Delta t}.$$

6. Среднее время работы объекта до отказа

$$\bar{T}_n = \int_0^{\infty} t f_n(t) dt.$$

Отметим, что вероятность $P_n(t)$ и интенсивность $\lambda(t)$ в общем случае связаны соотношением

$$P_n(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}.$$

Наиболее часто вероятность безотказной работы подчиняется экспоненциальному закону (поток отказов распределен по закону Пуассона), для которого справедливо:

$$P_n(t) = e^{-\lambda_{отк} t};$$

$$q_n(t) = 1 - e^{-\lambda_{отк} t}; \quad q'_n(t) = \lambda e^{-\lambda_{отк} t}.$$

Большинство реальных технических систем – это системы с восстановлением.

Показателями эффективности таких систем будут:

1. Вероятность безотказной работы в течение заданного времени t о, начиная с момента окончания $k - 1$ восстановления,

$$P_k(t_0) = 1 - F_k(t_0).$$

Статистически $P_k^*(t_0)$ можно определить в виде

$$P_k^*(t_0) = \frac{N_k(t_0)}{N_k(0)}.$$

2. Вероятность отказа в течение заданного времени работы t_0

$$q_n(t_0) = 1 - P_k(t).$$

3. Коэффициент готовности или вероятность того, что, обратившись в случайный момент времени к объекту, застанем его в исправном состоянии.

Для стационарного режима

$$K_r = \frac{\bar{T}_{отк}}{\bar{T}_{отк} + \bar{t}_в},$$

при потоке отказов, распределенных по закону Пуассона,

$$K_r = 1 - \lambda_{отк} \bar{t}_в,$$

где $\bar{t}_в$ – среднее время восстановления.

4. Интенсивность восстановлений объекта в момент времени t , отсчитываемый от начала восстановления,

$$\mu(t) = \frac{1}{1 - F_v(t)} \frac{1}{dt} F_v(t) = \frac{f_v(t)}{1 - F_v(t)},$$

где $F_v(t) = P(T_v < t)$ – функция распределения времени восстановления; $f_v(t)$ – плотность распределения $F_v(t)$; $\mu(t)$ – условная плотность вероятности восстановления объекта к моменту времени t , отсчитываемого от момента начала восстановления, при условии, что до момента времени t восстановления не произошло. Последнюю можно также определить в виде

$$\mu(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n_v(t, t + \Delta t)}{N_v(t) \Delta t},$$

где $N_v(t)$ – число объектов, не восстановленных за время t ; $\Delta n_v(t, t + \Delta t)$ – число восстановленных объектов в интервале $t, t + \Delta t$.

5. Среднее время восстановления

$$\bar{t}_e = \int_0^{\infty} t_e f_e(t) dt$$

и вероятность того, что восстановление будет закончено за время $(0, T)$, будет в этом случае равна

$$P_{\text{вн}}(T) = \int_0^T W(t) dt .$$

6. Коэффициент простоя

$$K_{\text{пр}} = 1 - K_{\Gamma} = \frac{\bar{t}_e}{T_0 + \bar{t}_d} .$$